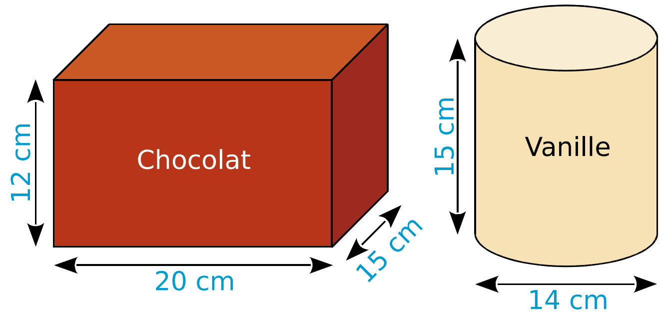
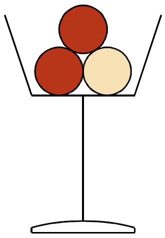
1 Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules, supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm.



Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.

Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.



a. Montre que le volume d'un pot de glace au chocolat est 3 600 cm^3.

$V = L \times l \times h = 12 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$

$V = 3\,600 \text{ cm}^3$

b. Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'un pot de glace à la vanille.

$V = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 7^2 \times 15 \text{ cm}$

$V = 735\,\pi \text{ cm}^3$

$V \approx 2309 \text{ cm}^3$

c. Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule de glace contenue dans la coupe.

$V_{boule} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 2{,}1^3$

$V_{boule} = 12{,}348\pi \text{ cm}^3$.

$V_{boule} \approx 39 \text{ cm}^3$.

d. Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

Pour 100 coupes de glaces, il faut 3900 cm^3 de vanille et 7 800 cm^3 de chocolat.

$\frac{3900}{2309} \approx 1{,}7$

$\frac{7800}{3600} \approx 2{,}2$

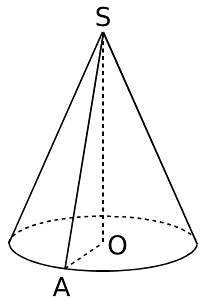
Il doit acheter 2 pots de vanille et 3 de chocolat.

2 On considère une bougie conique représentée ci-contre.

Le rayon OA de sa base est 2,5 cm.

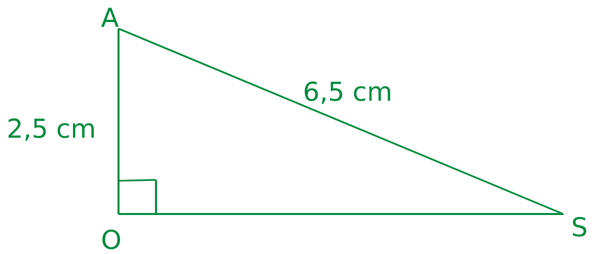
La longueur du segment [SA] est 6,5 cm.

La figure n'est pas aux dimensions réelles.



a. Sans justifier, donne la nature du triangle SAO et construis-le en vraie grandeur.

SAO est un triangle rectangle en O.



b. Montrer que la hauteur SO de la bougie est 6 cm.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle AOS rectangle en O :

$AS^2 = AO^2 + OS^2$

d'où $OS^2 = 6{,}5^2 - 2{,}5^2$

$OS^2 = 42{,}25 - 6{,}25 = 36$

d'où $OS = \sqrt{36}$ cm

$OS = 6$ cm

c. Calculer le volume de cire nécessaire à la fabrication de cette bougie ; on donnera la valeur arrondie au dixième de cm^3.

$V_{bougie} = \pi \times r^2 \times h : 3$

$V_{bougie} = \pi \times 2{,}5^2 \times 6 : 3 = 12{,}5\,\pi \text{ cm}^3$

$V_{bougie} \approx 39{,}3 \text{ cm}^3$

d. Calculer l'angle $\widehat{ASO}$; on donnera la valeur arrondie au degré.

Dans le triangle ASO rectangle en O :

$\cos \widehat{ASO} = \frac{OS}{SA} = \frac{6}{6{,}5}$

d'où $\widehat{ASO} \approx 23°$