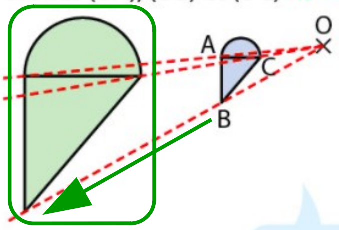
I) Transformer une figure par homothétie (leçon p 192)

1) Définition

Soit un point O.
Transformer une figure par une **homothétie** de centre O, c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O.
Une homothétie est définie par :
- un centre ;
- un rapport k non nul.

Exemples

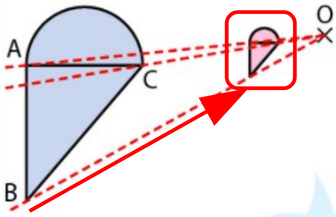
Exemple 1
On veut transformer la figure bleue par l'homothétie de centre O et de rapport 3.
On fait glisser la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC) : $k = 3$.



La figure verte est un agrandissement de rapport 3 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 3.

Lorsque $k > 1$, l'homothétie effectue un agrandissement de la figure.

Exemple 2
On veut transformer la figure bleue par l'homothétie de centre O et de rapport 0,25.
On fait glisser la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC) : $k = 0{,}25$.

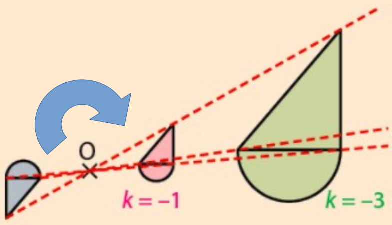


La figure rose est une réduction de rapport 0,25 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 0,25.

Lorsque $0 < k < 1$, l'homothétie effectue une réduction de la figure.

2) homothétie de rapport négatif

Lorsqu'on fait glisser les points d'une figure de l'autre côté du centre de l'homothétie, la figure effectue un demi-tour autour de ce centre.
C'est le cas où le rapport de l'homothétie est négatif.



3) propriétés

- Une figure et son image par une homothétie ont la même forme.
  L'homothétie **conserve les alignements et les angles**.
- Par une homothétie de rapport $k > 0$, les longueurs sont multipliées par k et les aires par k^2.

Exemple

Le rectangle A'B'C'D' est l'image du rectangle ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$.
AB = 2 cm donc A'B' = … × … = …
Aire_{ABCD} = …
donc $\text{Aire}_{A'B'C'D'}$ = …