CH X Fonctions linéaires et fonctions affines

I) Les fonctions linéaires

1) Définition :

Soit a un nombre donné,
La fonction f définie par f(x) = ax est une fonction linéaire

2) Exemples

f(x) = 4x ; d(t) = 80t Les fonctions f et d sont linéaires.

3) Propriété

Les fonctions linéaires sont associées à des situations de proportionnalité

4) Représentation graphique

La fonction linéaire f, définie par f(x) = ax est représentée graphiquement par une droite passant par l'origine.
a est le coefficient directeur de la droite.

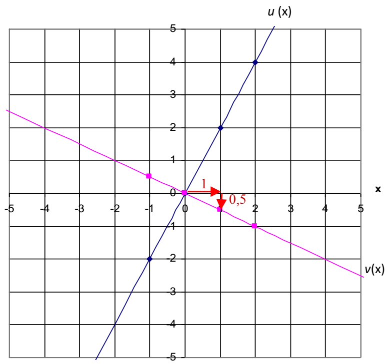
Exemples

Représenter graphiquement les fonctions u et v définies par : u(x) = 2x et v(x) = -0,5 x

u et v sont des fonctions linéaires, donc leurs représentations graphiques sont des droites passant par l'origine.

Option 1 :
On choisit une valeur et on calcule son image :
u(1) = $2 \times 1 = 2$
la représentation graphique de u passe par le point de coordonnées (1 ; 2)

Option 2 : on utilise le coefficient directeur.
Pour v le coefficient est -0,5
Quand on se déplace de 1 vers la droite,
on descend de 0,5



II) Les fonctions affines

1) Définition

Soient a et b deux nombres donnés,
Une fonction affine est une fonction qui à tout nombre x fait correspondre le nombre ax+b
On note f(x) = ax + b ou f : x → ax+b

2) Exemples

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ? **Toutes sauf h et i.**

fonction	f(x) = x + 2	g(x) = 3x	h(x) = x²	i(x) = $\frac{4}{x}$	j(x) = $-3x+1$	k(x) = 6	l(x) = $\frac{x+2}{3}$
a	1	3	pas de x^2	pas de x au dénominateur	-3	0	1/3
b	2	0			1	6	2/3

La fonction g définie par g(x) = 3x est aussi une fonction linéaire.

3) Représentation graphique

La fonction affine f, définie par f(x) = ax + b
est représentée graphiquement par une droite.
a est appelé coefficient directeur et b ordonnée à l'origine.

Exemple :

Représenter graphiquement f(x) = x + 2 et j(x) = $-3x+1$

les fonctions j et f sont affines, donc leurs représentations graphiques sont des droites.

Il nous suffit de placer deux points pour tracer cette droite

1ère technique possible (avec la fonction f)

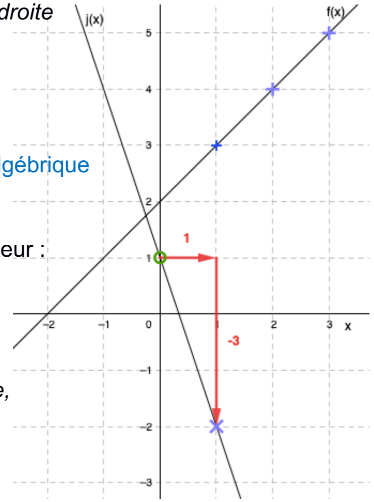
on calcule au moins 2 valeurs et leurs images
(dans un tableau par exemple)

x	1	2	3	on choisit ce qu'on veut
f(x)	3	4	5	on calcule avec l'expression algébrique

2ème technique possible (avec la fonction j)

on utilise l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur :

- l'ordonnée à l'origine est 1 .
  donc la droite passe par la graduation 1 sur l'axe des ordonnées
- le coefficient directeur est -3
  donc quand on se déplace d'une unité à droite, on descend de 3



4) Proportionnalité des accroissements

Pour retrouver l'expression algébrique d'une fonction affine :

Soit f une fonction affine,

si on nous donne deux valeurs et leurs images
représentation graphique
$f(x_1) = y_1$ et $f(x_2) = y_2$

ou deux points de la

$M_1(x_1 ; y_1)$ et $M_2(x_2 ; y_2)$

On peut trouver le coefficient directeur a en calculant : $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Exemple :

Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine f définie par f(4) = -6 et f(6) = -10

On choisit qui joue le rôle du point 1 et qui joue celui du point 2

1) On utilise la proportionnalité des accroissements pour trouver a

$$a = \frac{-10-(-6)}{6-4} = \frac{-4}{2} = -2$$

2) On utilise l'expression algébrique pour trouver b

f(x) = a × x + b on utilise les coordonnées d'un des deux éléments
-6 = -2 × 4 + b équation d'inconnue b
-6 = -8 + b 2 = b Donc **f(x) = -2x + 2**