CH X Fonctions linéaires et fonctions affines

I) Les fonctions linéaires

1) Définition :

Soit a un nombre donné,
La fonction f définie par f(x) = ax est une fonction linéaire

2) Exemples

f(x) = 4x ; d(t) = 80t   Les fonctions f et d sont linéaires.

3) Propriété

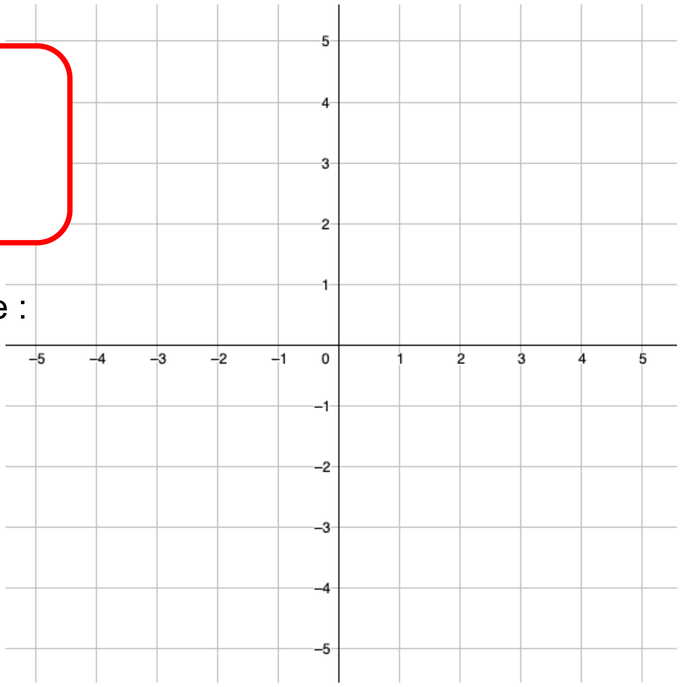
Les fonctions linéaires sont associées à des situations de proportionnalité

4) Représentation graphique

La fonction linéaire f, définie par f(x) = ax est représentée graphiquement par une droite passant par l'origine.
a est le coefficient directeur de la droite.

Exemples

Représenter graphiquement les fonctions u et v définies par : u(x) = 2x   et   v(x) = -0,5 x



Option 1 :
On choisit une valeur et on calcule son image :
u(…) = 2 × … = ⋯
la représentation graphique de u passe
par le point de coordonnées (… ; …)

Option 2 : on utilise le coefficient directeur.
Pour v le coefficient est -0,5
Quand on se déplace de 1 vers la droite,
on …………………………………..

II) Les fonctions affines

1) Définition

Soient a et b deux nombres donnés,
Une fonction affine est une fonction qui à tout nombre x fait correspondre le nombre ax+b   On note f(x) = ax + b   ou   f : x → ax+b

2) Exemples

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ?

fonction	f(x) = x + 2	g(x) = 3x	h(x) = x²	i(x) = $\frac{4}{x}$	j(x) = $-3x+1$	k(x) = 6	l(x) = $\frac{x+2}{3}$
a							
b							

La fonction g définie par g(x) = 3x est aussi …

3) <u>Représentation graphique</u>

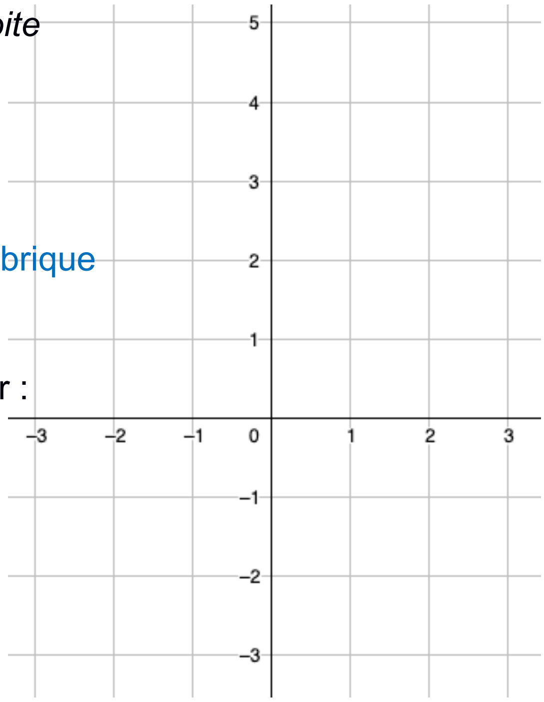
La fonction affine f, définie par f(x) = ax + b
est représentée graphiquement par une <u>droite</u>.
a est appelé <u>coefficient directeur</u> et b <u>ordonnée à l'origine</u>.

<u>Exemple :</u>

Représenter graphiquement f(x) = x + 2 et j(x) = $-3x+1$

les fonctions j et f sont affines, donc leurs représentations graphiques sont des droites.

Il nous suffit de placer deux points pour tracer cette droite



<u>1ère technique possible (avec la fonction f)</u>

on calcule au moins 2 valeurs et leurs images
(dans un tableau par exemple)

x				on choisit ce qu'on veut
f(x)				on calcule avec l'expression algébrique

<u>2ème technique possible (avec la fonction j)</u>

on utilise l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur :

- l'ordonnée à l'origine est …
  donc la droite passe par la graduation …
  sur l'axe des <u>ordonnées</u>
- le coefficient directeur est …
  donc quand on se déplace d'une unité à droite,
  on ……………………

4) <u>Proportionnalité des accroissements</u>

Pour retrouver l'expression algébrique d'une fonction affine :

Soit f une fonction affine,

si on nous donne deux valeurs et leurs images ou deux points de la représentation graphique

$f(x_1) = y_1$ et $f(x_2) = y_2$ $M_1(x_1 ; y_1)$ et $M_2(x_2 ; y_2)$

On peut trouver le coefficient directeur a en calculant : $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

<u>Exemple :</u>

Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine f définie par f(4) = -6 et f(6) = -10

On choisit qui joue le rôle du point 1 et qui joue celui du point 2

1) On utilise la proportionnalité des accroissements pour trouver a

$$a = \frac{\dots - \dots}{\dots - \dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

2) On utilise l'expression algébrique pour trouver b

f(x) = a × x + b on utilise les coordonnées d'un des deux éléments
… = … × … + b équation d'inconnue b
… = … + … … = … Donc **f(x) = …**