

CH IV Proportionnalité

I) Situation de proportionnalité

1) définition :

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en **multipliant** les valeurs de l'autre par un même nombre appelé **coefficient de proportionnalité**.

2) méthodes :

Pour vérifier si on a une situation de **proportionnalité**, on peut :

- par le calcul, chercher si les **quotients sont égaux**
- par le graphique, vérifier que la représentation graphique est une **droite passant par l'origine**.

3) exemples

Exemple 1: prix des chocolats

$\times 250/6,5$	$: 0,026$	→	←	$\times 0,026$	$: 250/6,5$
		→	←		
		→	←		
		→	←		

Le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité.

0,026 est un coefficient de proportionnalité car : $6,5 / 250 = 0,026$ et $13 / 500 = 0,026$

Sur cet exemple, le prix du chocolat est proportionnel à la masse.

Remarque :

Pour chaque tableau de proportionnalité, il existe 2 coefficients $250/6,5 \approx 38,5$ et $6,5/250 = 0,026$

Exemple 2 :

Pour 100 photocopies, le coût à l'unité est de 0,15 €, alors qu'il est de 0,20 € dans les autres cas.

Le prix n'est pas proportionnel au nombre de photocopies.

Nombre de photocopies	1	10	100
Prix (€)	0,20	2	15

II) Compléter un tableau de proportionnalité : On peut utiliser différentes méthodes :

<p style="text-align: center;">le coefficient de proportionnalité</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">Masse (g)</td> <td style="width: 15%;">250</td> <td style="width: 15%;">500</td> <td style="width: 15%;">750</td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td>Prix (€)</td> <td>6,5</td> <td>13</td> <td></td> <td style="border: none;">$\times 0,026$</td> </tr> </table>	Masse (g)	250	500	750		Prix (€)	6,5	13		$\times 0,026$	<p style="text-align: center;">Multiplier les résultats d'une colonne par un nombre s'il est simple à trouver.</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;">$\times 3$</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 15%;">Masse (g)</td> <td style="width: 15%;">250</td> <td style="width: 15%;">500</td> <td style="width: 15%;">750</td> </tr> <tr> <td>Prix (€)</td> <td>6,5</td> <td>13</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;">$\times 3$</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> </tr> </table>		$\times 3$			Masse (g)	250	500	750	Prix (€)	6,5	13			$\times 3$		
Masse (g)	250	500	750																								
Prix (€)	6,5	13		$\times 0,026$																							
	$\times 3$																										
Masse (g)	250	500	750																								
Prix (€)	6,5	13																									
	$\times 3$																										
<p style="text-align: center;">Combiner les résultats des autres colonnes</p> <div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;"> </div> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">Masse (g)</td> <td style="width: 15%;">250</td> <td style="width: 15%;">500</td> <td style="width: 15%;">750</td> </tr> <tr> <td>Prix (€)</td> <td>6,5</td> <td>13</td> <td></td> </tr> </table>	Masse (g)	250	500	750	Prix (€)	6,5	13		<p style="text-align: center;">Calculer avec le produit en croix</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;">500</td> <td style="width: 50%;">750</td> </tr> <tr> <td>13</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">prix = $13 \times 750 : 500 = 19,5$</p>	500	750	13															
Masse (g)	250	500	750																								
Prix (€)	6,5	13																									
500	750																										
13																											

III) Pourcentages

1) Règle générale :

Pour calculer avec des **pourcentages**, on peut toujours utiliser un **tableau de proportionnalité** dans lequel figure **le nombre 100**.

Exemple 1: Un vélo coûte 299 euros en octobre, il baisse de 30% pour les soldes. Quel est son nouveau prix ?

ancien prix (euros)	299	100
réduction (euros)	89,7	30
nouveau prix (euros)	209,3	70

On peut commencer par calculer la réduction, puis le nouveau prix.

2) appliquer un pourcentage :

Pour calculer a % de quelque chose, on multiplie par $\frac{a}{100}$

exemple : 30 % de 299 $\rightarrow 299 \times \frac{30}{100} = 89,7$

3) calculer une nouvelle valeur après variation :

Pour une diminution de a %, Si on note y la nouvelle valeur et x l'ancienne, on peut écrire :

$$y = x \times \left(1 - \frac{a}{100}\right)$$

Retour à l'exemple :

$$Y = 299 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 299 \times \left(\frac{100}{100} - \frac{30}{100}\right) = 299 \times 0,7 = 209,3$$

Son nouveau prix est de 209,3 euros.

Pour une augmentation de a %, on a $y = x \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$

Exemple 2:

a) Le nombre d'habitants de Genas était de 11531 en 2007 et il a augmenté de 10,49 % entre 2007 et 2015. Quel était le nombre d'habitants de Genas en 2015 ?

$$y = 11531 \times \left(1 + \frac{10,49}{100}\right) = 11531 \times 1,1049 \approx 12741. \text{ Il y avait 12741 habitants à Genas en 2015.}$$

b) Le nombre d'habitants a augmenté de 3,51 % entre 1999 et 2007. Combien y avait-il d'habitants de Genas en 1999 ?

$$11531 = x \times 1,0351 \text{ donc } x = 11531 : 1,0351 \approx 11140. \text{ Il y avait 11140 habitants à Genas en 1999.}$$

c) Quel est le pourcentage d'augmentation de la population entre 1999 et 2012 ?

4) retrouver une valeur avant variation

soit x la valeur avant et y le valeur après. Pour une augmentation de a %, on a :

$$y = x \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ et donc } x = y : \left(1 + \frac{a}{100}\right)$$

remarques :

- Une **multiplication à trou** correspond à **une division**.

- On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité. **Attention 100 est toujours la valeur avant !**