

2 Résoudre une inéquation



Définitions

4

- Une **inéquation** est une inégalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre. Cette inégalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.
- Une **solution** d'une inéquation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'inégalité est vraie.
- **Résoudre** une inéquation, c'est en trouver toutes les solutions.

Exemple

On veut résoudre l'inéquation $2 + x \leq 8$.
 Pour $x = 3$, l'inégalité est vérifiée, donc 3 est une solution de l'inéquation.
 Pour $x = 9$, l'inégalité n'est pas vérifiée, donc 9 n'est pas une solution de l'inéquation.

Propriété

Une inégalité reste vraie lorsqu'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.

a , b et k désignent des nombres.

Si $a \leq b$ alors $a + k \leq b + k$ et $a - k \leq b - k$

Exemples

On veut résoudre l'inéquation $x - 7 \leq 2$.
 On ajoute **7** à chacun de ses membres :

$$\begin{aligned} x - 7 + 7 &\leq 2 + 7 \\ x &\leq 9 \end{aligned}$$

Donc tous les nombres inférieurs ou égaux à 9 sont les solutions de cette inéquation.

On veut résoudre l'inéquation $5 + x > 1$.
 On soustrait **5** à chacun de ses membres :

$$\begin{aligned} 5 + x - 5 &> 1 - 5 \\ x &> -4 \end{aligned}$$

Donc tous les nombres strictement supérieurs à -4 sont les solutions de cette inéquation.

Propriété

On peut multiplier (ou diviser) les deux membres d'une inéquation par un même nombre non nul :

- si ce nombre est positif, on ne change pas le sens de l'inégalité ;
- si ce nombre est négatif, on **change** le sens de l'inégalité.

a , b et k désignent des nombres ($k \neq 0$).

Si $a \leq b$ et $k > 0$ alors $a \times k \leq b \times k$ et $\frac{a}{k} \leq \frac{b}{k}$

Si $a \leq b$ et $k < 0$ alors $a \times k \geq b \times k$ et $\frac{a}{k} \geq \frac{b}{k}$

k est négatif, on change le sens de l'inégalité.



Exemples

On veut résoudre l'inéquation $-3x \leq 18$.

On divise les deux membres par **-3**, donc on **change** le sens de l'inégalité.

$$\begin{aligned} \frac{-3x}{-3} &\geq \frac{18}{-3} \\ x &\geq -6 \end{aligned}$$

Donc tous les nombres supérieurs ou égaux à -6 sont les solutions de cette inéquation.

On veut résoudre l'inéquation $\frac{x}{4} > -1$.

On multiplie les deux membres par **4**, donc on ne change pas le sens de l'inégalité.

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} \times 4 &> -1 \times 4 \\ x &> -4 \end{aligned}$$

Donc tous les nombres strictement supérieurs à -4 sont les solutions de cette inéquation.