2 Transformer une figure par homothétie

Vidéo

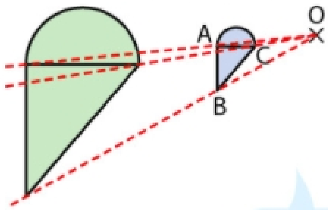
Définition

Soit un point O.
Transformer une figure par une **homothétie** de centre O, c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O.
Une homothétie est définie par :
- un centre ;
- un rapport k non nul.

Exemples

Exemple 1

On veut transformer la figure bleue par l'homothétie de centre O et de rapport 3.
On fait glisser la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC) : $k = 3$.

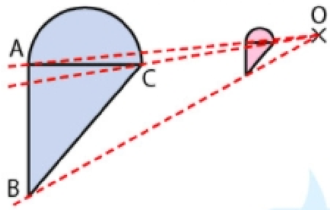


La figure verte est un agrandissement de rapport 3 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 3.

Lorsque $k > 1$, l'homothétie effectue un agrandissement de la figure.

Exemple 2

On veut transformer la figure bleue par l'homothétie de centre O et de rapport 0,25.
On fait glisser la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC) : $k = 0{,}25$.

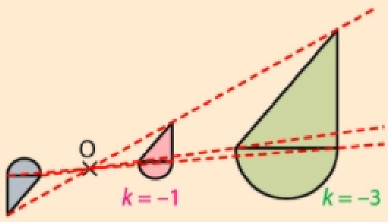


La figure rose est une réduction de rapport 0,25 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 0,25.

Lorsque $0 < k < 1$, l'homothétie effectue une réduction de la figure.

! Lorsqu'on fait glisser les points d'une figure de l'autre côté du centre de l'homothétie, la figure effectue un demi-tour autour de ce centre.

C'est le cas où le rapport de l'homothétie est négatif.



Propriétés

- Une figure et son image par une homothétie ont la même forme.
  L'homothétie **conserve les alignements et les angles**.
- Par une homothétie de rapport $k > 0$, les longueurs sont multipliées par k et les aires par k^2.

Exemple

Le rectangle A'B'C'D' est l'image du rectangle ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$.
$AB = 2$ cm donc $A'B' = 3 \times AB = 6$ cm.
$\text{Aire}_{ABCD} = 2\ \text{cm}^2$
donc $\text{Aire}_{A'B'C'D'} = 3^2 \times \text{Aire}_{ABCD} = 9 \times 2 = 18\ \text{cm}^2$.