CH VII Triangles et cercles (5ème)

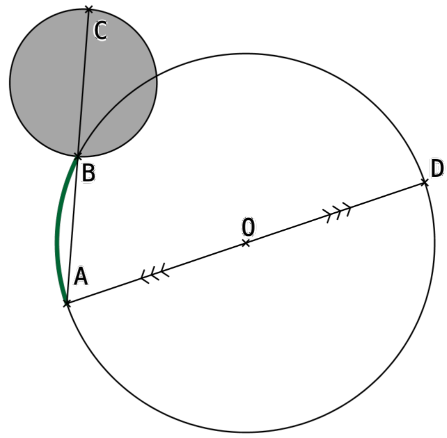
I) construire et utiliser des cercles

1) définitions

* Le **cercle de centre A et de rayon r** est l'ensemble des points du plan situés à la **distance r** du point A.
* Le **disque de centre A et de rayon r** est l'ensemble des points du plan situés à une **distance inférieure ou égale à r** du point A.

2) exemples

Tracer le **cercle** centre O et de **rayon** OA = 2,5 cm.
Placer B sur le cercle tel que AB = 2 cm.
[AB] est une **corde.**



Soit C le symétrique de A par rapport à B.
Placer D symétrique de A par rapport à O.
[AD] est un **diamètre** du cercle.
$\overset{\frown}{AB}$ est un **arc de cercle.**
On a tracé en gris le **disque** de diamètre [BC].

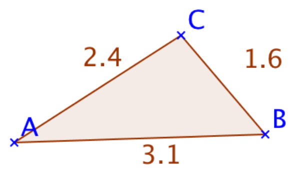
II) Construire des triangles avec les longueurs

1) propriété (inégalité triangulaire)

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple :

AB + BC = 3,1 + 2,4 = **5,5** et AC = 2,4	AC < AB + BC
AC + CB = 2,4 + 1,6 = **4** et AB = 3,1	AB < AC + CB
BA + AC = 3,1 + 2,4 = **5,5** et CB = 1,6	BC < BA + AC



2) conséquence :

Pour vérifier si un triangle est constructible, on vérifie simplement que la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres côtés.

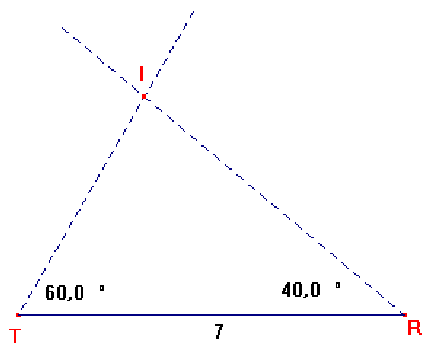
Exemple :

Le triangle DEF est il constructible ? DE = 8 cm, EF = 5 cm et DF = 2,5 cm
EF + DF = 5 + 2,5 = 7,5 < 8 = DE. Le triangle DEF n'est pas constructible.

3) cas particulier des triangles plats (égalité triangulaire)

Soient A,B et C 3 points distincts.
* Si B € [AC], alors AC = AB+BC
*** Si AC = AB + BC, alors B € [AC], les points sont alignés et on a un triangle plat ou aplati.**

III) autres constructions possibles



1) avec une longueur et deux angles

a) si les deux angles sont adjacents au côté

exemple : TRI avec TR = 7 cm, $\widehat{TRI} = 40°$ et $\widehat{RTI} = 60°$

- on trace le segment (sans oublier de nommer les points)
- on trace les angles du même côté du segment de départ en prolongeant
- on place le 3ème point à l'intersection des deux demi-droites

b) si un seul angle est adjacent au côté

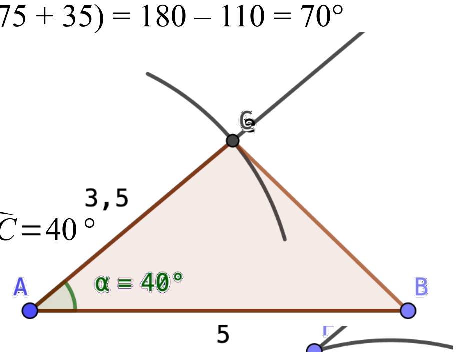
En utilisant la somme des angles du triangle, on se ramène au cas précédent.

exemple : AB = 5 cm; $\widehat{BAC}$ = 75° et $\widehat{ACB}$ = 35 ° $\widehat{ABC}$ = 180 – (75 + 35) = 180 – 110 = 70°

2) avec deux longueurs et un angle

a) si l'angle est adjacent aux deux côtés donnés

exemple : Tracer le triangle ABC avec AB = 5 cm, AC = 3,5 cm et $\widehat{BAC}=40°$

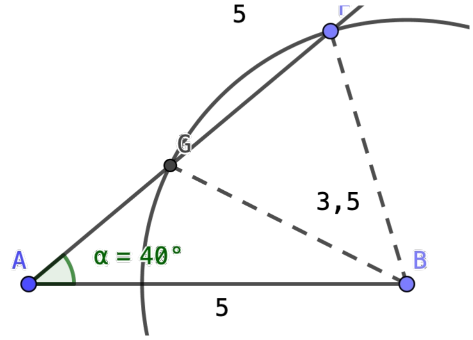


b) si l'angle est adjacent à un seul des côtés donnés

Dans ce cas, on n'est pas sûr que le triangle existe,
ou il peut y avoir plusieurs dessins qui conviennent.

exemple :

Tracer le triangle ABC avec AB = 5 cm, **BC = 3,5 cm** et $\widehat{BAC}=40°$



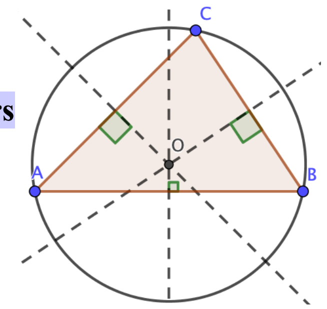
III) Droites remarquables du triangle

1) les médiatrices

Rappel : La médiatrice d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Propriété :

Les médiatrices d'un triangle sont concourantes. Leur point de concours est le centre du cercle circonscrit au triangle (passe par les 3 sommets).



2) les hauteurs

Rappel : une hauteur d'un triangle est une droite perpendiculaire à un coté passant par le sommet opposé. On parle de la hauteur issue de A ou de la hauteur relative à [BC].

Propriété :

Les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
Leur point de concours s'appelle l'orthocentre.