CH IV Divisibilité et nombres premiers

I) La famille des nombres entiers naturels

1) présentation :

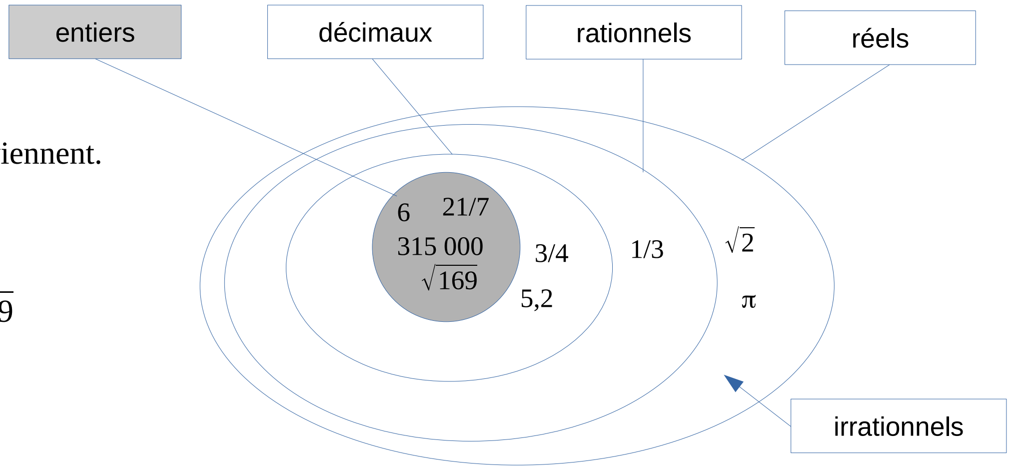
Les nombres ont été inventés pour compter ,communiquer et calculer.
D'abord les nombres entiers naturels (pour compter les objets), puis les fraction et les nombres décimaux, les nombres négatifs et plus tard des nombres plus compliqués et plus abstraits.

2) exemples :

Placer les nombres suivants
dans les ensembles qui conviennent.

6 ; 3/4 ; 5,2 ; 1/3 ; 21/7

315 000 ; π ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{169}$



3) Diviseurs et multiples

a) définitions :

Quand le reste de la division de a par b est 0, on dit que :
a est un **multiple** de b b est un **diviseur** de a a est **divisible** par b

b) exemples :

40 est un multiple de 8. 8 est un diviseur de 40. Cherchons tous les diviseurs de 40 :
$40 = 1 \times 40$
2×40
4×10
5×8 STOP on les a tous
(8×5)

372 est-il divisible par 12 ? Non car quand on effectue la division Euclidienne, il reste 8.

c) méthodes sans calculatrice

Quand on a des petits nombres, il suffit de connaître ses tables de multiplications.
Quand on a des grands nombres, on peut poser la division euclidienne.
Selon les diviseurs, il peut être intéressant d'utiliser les critères de divisibilité.

Rappel :

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8, alors il est **divisible par 2.**
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3.**
- Si les deux derniers chiffres d'un nombre entier forment un nombre divisible par 4, alors ce nombre est **divisible par 4.**
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5.**
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9.**
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10.**

b) exemples :

258 est divisible par …
Il est divisible par 2 car son chiffre des unités est 2,
mais ce n'est pas un multiple de 5, ni un multiple de 10.
Il est divisible par 3 mais pas par 9 car la somme de ses chiffres est 15, multiple de 3, mais pas de 9.
Ce n'est pas un multiple de 4 car 58 n'est pas divisible par 4.

II) Les nombres premiers

1) définition :

Un **nombre premier** est un nombre entier naturel qui possède **exactement 2 diviseurs** : 1 et lui même.

2) exemples :

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~

1 n'est pas un nombre premier car il a un seul diviseur.
2 est un nombre premier, c'est le seul nombre pair. On peut barrer tous les multiples de 2.
3 est un nombre premier et on peut barrer tous ses multiples … et ainsi de suite.

Pour un grand nombre on essaie de voir s'il a des diviseurs.
101 est-il un nombre premier ? oui
est-il divisible par 2 → non on n'a besoin de tester que les nombres premiers
est-il divisible par 3 → non
est-il divisible par 5 → non
est-il divisible par 7 → non
est-il divisible par 11 → non $11 \times 11 = 121$ on a dépassé 101 c'est fini il est premier

3) décomposition en produit de facteurs premiers

Tous les nombres entiers peuvent se décomposer en produits de facteurs premiers.
$120 = 12 \times 10 = 4 \times 3 \times 5 \times 2 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2$
On les remet dans l'ordre :
$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$