A Issues, arbre de probabilité

Définition Lorsqu'on effectue une **expérience aléatoire**, on ne peut pas prévoir à l'avance quel va être son résultat, parmi les différentes **issues** possibles.

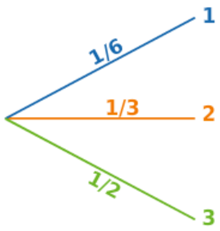
Un **arbre de probabilité** est un schéma permettant de visualiser les différentes issues d'une expérience aléatoire. Sur chaque branche menant à une issue, on indique la probabilité de cette issue. On dit que l'arbre est **pondéré** par les probabilités.

Exemple : Le dé de Katia

Katia lance un dé équilibré à six faces numérotées **1**, **2**, **2**, **3**, **3** et **3**. On observe le nombre indiqué sur la face supérieure : les issues sont **1**, **2** et **3**. Le dé est équilibré, donc chaque face a autant de chance de sortir qu'une autre.

- Ainsi, la probabilité de sortie du nombre **1** est de $\frac{1}{6}$, puisqu'une seule face du dé porte le numéro **1**.
- Deux faces portent le nombre **2**, donc la probabilité de l'issue **2** est $\frac{2}{6}$ soit $\frac{1}{3}$.
- De même, celle de l'issue **3** est $\frac{3}{6}$ soit $\frac{1}{2}$ soit encore 0,5 ou 50 %.

On résume ces résultats sur l'**arbre de probabilité** ci-contre.



Propriété Une probabilité est un nombre compris **entre 0 et 1**.
Elle peut être exprimée par un nombre en écriture fractionnaire, en écriture décimale, ou bien encore sous forme d'un pourcentage.

B Évènements

Définitions

- Un évènement réalisé par aucune issue est appelé **évènement impossible**. Sa probabilité est 0.
- Un évènement réalisé par toute issue de l'expérience est appelé **évènement certain**. Sa probabilité est 1.
- L'**évènement contraire** d'un évènement A est l'évènement, noté $\overline{A}$, qui est réalisé lorsque A n'est pas réalisé.

Propriétés

- La probabilité d'un évènement est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.
- La somme des probabilités d'un évènement et de son contraire vaut 1.

Exemple : Le dé de Katia

- L'évènement « *Obtenir un multiple de 5.* » est un évènement impossible.
- L'évènement « *Obtenir un nombre à un chiffre.* » est un évènement certain.
- L'évènement « *Obtenir un nombre impair.* » est réalisé par les issues **1** et **3**.

  Sa probabilité est donc $\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{3}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

  On en déduit que la probabilité de l'évènement contraire : « *Obtenir un nombre pair.* » est $\frac{1}{3}$.

Définition Deux évènements sont dits **incompatibles** lorsqu'ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.

Exemple : Le dé de Katia

L'évènement « *Obtenir un nombre pair.* » et l'évènement « *Obtenir le 3.* » sont incompatibles.

C Des fréquences aux probabilités

Lorsqu'aucune considération de régularité ou de symétrie ne permet de connaitre la probabilité d'une issue, on peut l'estimer en effectuant un grand nombre de fois une expérience aléatoire.

Propriété On considère une expérience aléatoire et un évènement A dont la probabilité est notée P(A).

Lorsqu'on répète un grand nombre de fois cette expérience aléatoire, la fréquence d'apparition de l'évènement A a tendance à se stabiliser autour du nombre P(A).

Exemple :

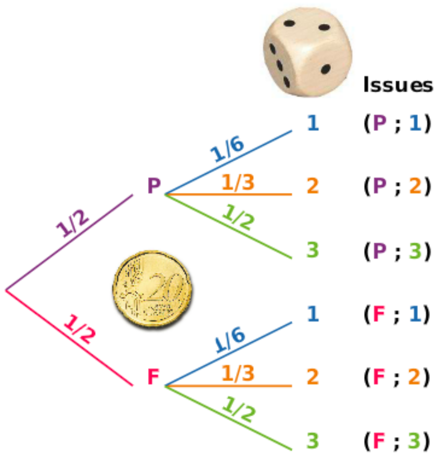
En lançant un grand nombre de fois un bouchon de la même façon, on pourrait ainsi estimer la probabilité qu'il retombe dans l'une ou l'autre des positions ci-contre.

2 Expérience à deux épreuves

Propriété Sur un arbre de probabilité illustrant une expérience aléatoire à deux épreuves, la probabilité d'une issue est obtenue en **multipliant** les probabilités rencontrées sur les branches du chemin de l'arbre menant à cette issue.

Exemple :

On lance une pièce de monnaie équilibrée, puis ensuite on lance le dé de Katia.
On note **P** l'évènement « *La pièce tombe sur Pile.* », et **F** : « *La pièce tombe sur Face.* »



L'arbre de probabilité permet de visualiser les six issues de cette expérience aléatoire à deux épreuves.

La probabilité que la pièce tombe sur **Face**, puis que le dé tombe sur **1**, notée **(F ; 1)**, est donnée par le chemin de l'arbre représentant cette issue : elle est donc égale au produit $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}$, soit $\frac{1}{12}$.