CH IX Fonctions affines

I) Les fonctions linéaires

1) Définition :

Soit a un nombre donné,
La fonction f définie par f(x) = ax est une fonction linéaire

2) Exemples :

f(x) = 4x ; d(t) = 80t Les fonctions f et d sont linéaires.

3) Propriété

Les fonctions linéaires sont associées à des situations de proportionnalité

4) Représentation graphique

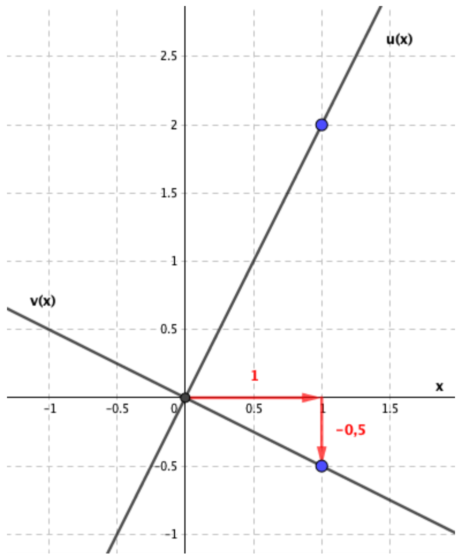
La fonction linéaire f, définie par f(x) = ax est représentée graphiquement par une droite passant par l'origine.
a est le coefficient directeur de la droite.

Exemples

Représenter graphiquement les fonctions u et v définies par : u(x) = 2x et v(x) = -0,5 x
u et v sont des fonctions linéaires, donc leurs représentations graphiques sont des droites passant par l'origine.

Option 1 : On choisit une valeur et on calcule son image :
$u(1) = 2 \times 1 = 2$
la représentation graphique de u passe par le point de coordonnées (1 ; 2)

Option 2 : on utilise le coefficient directeur.
Pour v le coefficient est -0,5
Quand on se déplace de 1 vers la droite,
on descend de 0,5



II) Les fonctions affines

1) Définition

Soient a et b deux nombres donnés,
Une fonction affine est une fonction qui à tout nombre x fait correspondre le nombre ax+b
On note f(x) = ax + b ou f : x → ax+b

2) Exemples : Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ? **Toutes sauf h et i.**

fonction	f(x) = x + 2	g(x) = 3x	h(x) = x^2	i(x) = $\frac{4}{x}$	j(x) = $-3x + 1$	k(x) = 6	l(x) = $\frac{x+2}{3}$
coef a	1	3	pas de x^2	pas de x au dénominateur	-3	0	1/3
b	2	0			1	6	2/3

La fonction g définie par g(x) = 3x est aussi une fonction linéaire.

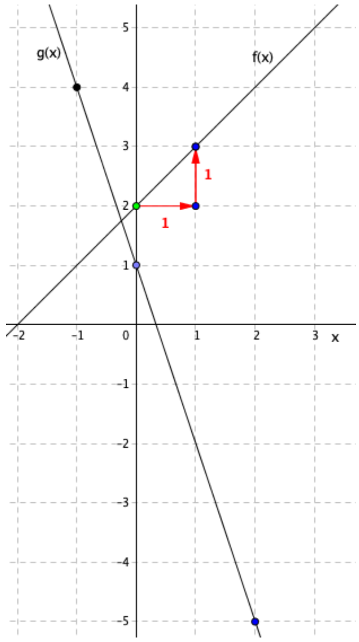
3) Représentation graphique

La fonction affine f, définie par f(x) = ax + b est représentée graphiquement par une __droite__.
a est le __coefficient directeur__ et b l'__ordonnée à l'origine__.

Exemple :

Représenter graphiquement j(x) = -2x + 1 et f(x) = x + 2

les fonctions j et f sont affines, donc leurs représentations graphiques sont des droites.



option 1 :

Pour j, on peut faire un tableau de valeurs :

x	-1	0	2
j(x)	4	1	-5

option 2 :

Pour f, on peut utiliser le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine :

l'ordonnée à l'origine est 2 *donc la droite passe par la graduation 1 sur l'axe des ordonnées.*

Le coefficient directeur est 1 *donc quand on se déplace d'une unité à droite, on monte de 1.*

4) Retrouver l'expression algébrique d'une fonction affine

Soit f une fonction affine.
Si on nous donne deux valeurs et leurs images : f(x1) = y1 et f(x2) = y2
Ou deux points de la représentation graphique $M_1(x_1 ; y1)$ et $M_2(x_2 ; y2)$
On peut trouver le coefficient directeur a en calculant : $\frac{y2-y1}{x2-x1} = a$
On parle de proportionnalité des accroissements

Exemple :

Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine f définie par f(4) = -6 et f(6) = -10

On utilise la proportionnalité des accroissements $a = \frac{-10-(-6)}{6-4} = \frac{-10+6}{2} = -2$

On utilise l'expression algébrique pour trouver b

f(x) = a × x + b

-6 = -2 × 4 + b équation d'inconnue b

-6 = -8 + b 2 = b Donc **f(x) = -2x + 2**