

I) petite parenthèse historique

1) la géométrie pourquoi ?

Les mathématiques se sont développées depuis le début de l'humanité pour permettre à l'homme de communiquer, de compter et de bâtir. La géométrie s'est développée en lien avec la topographie, l'architecture, l'astronomie et l'agriculture. Les triangles rectangles sont des formes élémentaires qui présentent un intérêt particulier. On sait que leurs dimensions sont liées entre elles de manière très précise comme l'affirme le théorème de Pythagore.

2) l'apport de Pythagore :

Pythagore, mathématicien grec qui a vécu au VI^{ème} siècle avant J.-C, est associé au triangle rectangle, grâce au théorème qui porte son nom. Il n'a pas été trouvé de traces écrites de ces travaux, aussi il est difficile de savoir exactement quel rôle il a joué dans la découverte de cette fameuse égalité. Nous savons cependant qu'il a beaucoup travaillé sur les triangles rectangles et qu'il a pu formaliser les choses, mais aussi proposer une démonstration de son théorème, ce qui constitue un apport très important à cette découverte. Nous sommes sûrs que d'autres avant lui ont eu connaissance de l'égalité dite de Pythagore.

De nos jours il existe encore des théorèmes que l'on n'a toujours pas réussi à démontrer, tout comme il existe des théorèmes que l'on a cru vrai avant de prouver qu'ils étaient faux grâce à des contre exemples.

3) démonstrations du théorème de Pythagore

La première trace écrite d'une démonstration du théorème de Pythagore est l'œuvre d'Euclide, autre mathématicien grec de 1^{er} ordre.

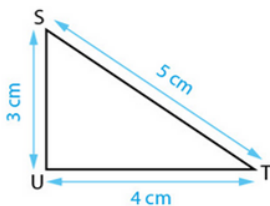
II) énoncé de la Réciproque du théorème de Pythagore (à faire recopier p 244)

1) propriété : réciproque du théorème de Pythagore

Dans un triangle, si le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

2) exercices modèles

a) cas favorable



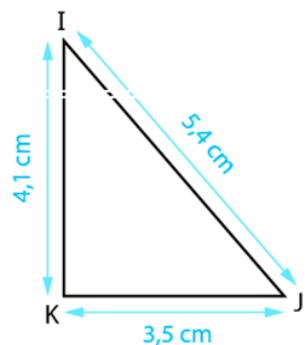
$$\left. \begin{array}{l} SU^2 = 3^2 = 9 \\ UT^2 = 4^2 = 16 \\ ST^2 = 5^2 = 25 \end{array} \right\} 25$$

On constate que $ST^2 = SU^2 + UT^2$

On utilise la réciproque du théorème de Pythagore

Donc le triangle est rectangle en U.

b) cas défavorable



$$\left. \begin{array}{l} IK^2 = 4,1^2 = 16,81 \\ KJ^2 = 3,5^2 = 12,25 \\ IJ^2 = 5,4^2 = 29,16 \end{array} \right\} 29,06$$

On constate que $IJ^2 \neq IK^2 + KJ^2$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore

Donc le triangle IJK n'est pas rectangle

3) Remarque :

Dans le cas défavorable, ce n'est pas réellement la réciproque du théorème de Pythagore qu'on utilise, mais sa contraposée. Comme cette notion n'est pas au programme du collège, on contourne le problème en disant :

- pour le cas favorable : L'égalité de Pythagore est vérifiée.
- pour le cas défavorable : L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.

III) Conclusion

Il est parfois difficile de savoir sur un dessin si un triangle est rectangle, même avec des constructions extrêmement précises.

La réciproque de Pythagore ou plus exactement l'égalité de Pythagore, est un outil très efficace pour savoir si un triangle est rectangle.

Il existe d'autres propriétés mathématiques qui peuvent intervenir dans d'autres situations quand on souhaite prouver qu'un triangle est rectangle.