CH : CALCUL LITTÉRAL

I) Expression littérale

1) Définition

Une **expression littérale** est un calcul avec une ou plusieurs **lettres**.

2) Simplifier une expression littérale

a) conventions :

$5 \times a = 5a$ $\quad a \times b = ab$ $\quad 3 \times (4 + a) = 3\ (4 + a)$ $\quad 1 \times a = a$ $\quad -1 \times a = -\ a$ $\quad a \times a = a^2$

On peut **supprimer le signe multiplié** sauf entre deux nombres.

b) regroupement dans une somme

$A = 2x - 7 + 3x - 5 = 5x - 12$

On peut regrouper les termes de la même famille

c) respect des priorités

$B = 2 \times x - 3 \times x \times x - x \times 5$

$B = 2x - 3x^2 - 5x$

$B = -\ 3x - 3x^2$

3) Exprimer en fonction de x

Soit s le prix d'un stylo. Un classeur coûte 1,50 de plus qu'un stylo.
Exprimer en fonction de s le prix de 3 stylos et un classeur.
$P = 3s + s{+}1{,}5 = 4s + 1{,}5$

4) Calculer une expression littérale pour une valeur donnée

Calculer P pour s = 1,60
$P = 4 \times 1{,}6 + 1{,}5 = 6{,}4 + 1{,}5 = 7{,}9$

calculer $f(x) = x^2 + 2x - 3$ pour $x = -2$
$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -\ 3$

II) Développer un produit

1) distributivité simple (rappel)

a) formules

Quels que soient les nombres k, a et b, on a :

On distribue

$\mathbf{k \times (a + b) = k \times a + k \times b}$ $\qquad$ $\mathbf{k \times (a - b) = k \times a - k \times b}$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.

b) exemples

La distributivité peut servir pour du calcul mental ou pour simplifier des expressions littérales.

$A = 999 \times 8$
$A = (1000 - 1) \times 8$
$A = 1000 \times 8 - 1 \times 8$
$A = 8000 - 8$
$A = 7992$

$B = = 6x + 3x\ (2x - 5) - 6x^2 + 2x$
$B = 6x + 6x^2 - 15\ x - 6x^2 + 2x$
$B = -7x^2$

c) cas du signe « - » devant des parenthèses

Un « - » devant des parenthèses se comporte comme s'il était écrit « -1 ».

$A = 4x - (3x + 6) = 4x\ -1 \times (3x + 6) = 4x - 3x - 6 = x - 6$
$B = 2x - (4 - 2x) = 2x\ -1 \times (4 - 2x) = 2x - 4 + 2x = 4x - 4$
$C = 8 + (2x + 5) = 8 + 2x + 5 = 13 + 2x$

Quand on a un « - » devant les parenthèses, on supprime le « – » et les parenthèses et on change les signes de tous les termes à l'intérieur.

Avec un « + » devant des parenthèses, les parenthèses ne servent à rien on peut les supprimer.

2) distributivité double

a) Formule :

Quels que soient les nombres relatifs a,b,c et d, on a :

$(a + b)\times(c + d) = a\times c + a\times d + b\times c + b\times d$ ou encore $(a+b)(c+d)=ac + ad + bc + bd$

b) Exemples :

$A = (2x + 3)(y +1)$

$A = 2x\times y + 2x\times 1 + 3\times y + 3\times 1$

$A = 2xy + 2x + 3y + 3$

$B = (3x-5)\times(-2x+4)$

$B = 3x \times (-2x) + 3x \times 4 + (-5) \times (-2x) + (-5) \times 4$

$B = -6x^2 + 12x + 10x – 20$

$B = -6x^2 + 22x – 20$

c) cas particulier, les identités remarquables :

Quels que soient les nombres relatifs a,b,c et d, on a :

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ $(a – b)^2 = a^2 + b^2 – 2ab$ $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$

III) Factoriser une somme ou une différence

1) formules :

Quels que soient les nombres k, a et b, on a :

$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$ et $k \times a - k \times b = k \times (a - b)$

2) exemples :

factoriser A et B

$A = 5x^2 + 3x = x(5x + 3)$

$B = 5(x+1) – 3x(x + 1)$

$B = (x + 1)(5 – 3x)$

Calculer C astucieusement.

$C = 85 \times 7 + 15 \times 7$

$C = (85 + 15) \times 7$

$C = 100 \times 7$

$C = 700$

On développe

Synthèse Quels que soient les nombres k, a et b, on a :

$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

On factorise