CH I Nombres entiers

I) Diviseurs et multiples (rappels)

1) définitions :

> Soient n et d deux entiers naturels non nuls, d est un diviseur de n
> lorsque le reste de la division euclidienne de n par d est égal à zéro.
> Cela revient à dire qu'il existe un <u>entier</u> q tel que n = d × q

On dit aussi que n est un multiple de d ou encore que n est divisible par d.

2) exemples :

- 4 est-il un diviseur de 34 ? non

$$\begin{array}{r|l} 34 & 4 \\ \cline{2-2} -32 & 8 \\ 2 & \end{array}$$

34 n'est pas dans la table de 4
Si on pose la division euclidienne de 34 par 4 on trouve un reste de 2.
Avec la division décimale, le résultat n'est pas un nombre entier 34 : 4 = 8,5

- 7 est-il un diviseur de 91 ? oui 91 = 7 × 13. 13 est aussi un diviseur de 91

- Donner tous les diviseurs de 96 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 32 ; 48 ; 96

Pour ne pas en oublier il peut être intéressant de les trouver dans l'ordre

96 = 1 × 96 96 = 12 × 8 on les a tous !
96 = 2 × 48
96 = 3 × 32
96 = 4 × 24
96 = 6 × 16
96 = 8 × 12

II) Les Nombres premiers

1) définition :

> Un nombre premier est un nombre entier naturel qui admet <u>exactement 2 diviseurs 1 et lui-même.</u>

2) exemples : ~~1~~ – 2 – 3 – ~~4~~ – 5 – ~~6~~ – 7 – ~~8~~ – ~~9~~ – ~~10~~ – 11 – ~~12~~ – 13 – ~~14~~ – ~~15~~

0 n'est pas un nombre premier car il n'est pas divisible par lui-même (en plus il est divisible par tous les entiers)
1 n'est pas un nombre premier car il a <u>un seul</u> diviseur.
2 est un nombre premier, c'est le seul nombre pair à être premier
5 - 7 - 11 - 13 sont des nombres premiers
15 n'en est pas un car il est divisible par 3 (et 5)

47 est-il un nombre premier ? <u>oui</u>

On essaie de lui trouver des diviseurs autres que 1 et lui-même.

Il suffit d'essayer les nombres premiers.

Il ne se divise ni par 2, ni par 3, ni par 5, ni par 7 et $7 \times 7 = 49$.

On n'en trouvera pas.

3) pour des grands nombres :

Pour savoir si un grand nombre est premier, on regarde s'il n'a pas de diviseur évident, puis on cherche à le diviser par tous les nombres premiers inférieur à sa racine carrée.

4) propriété :

> Il existe une <u>infinité</u> de nombres premiers.

III) Décomposition en produits de facteurs premiers :

1) propriétés

Tout nombre entier peut s'écrire comme le produit de facteurs premiers.

Cette décomposition est unique.

2) exemples

- Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 60

$60 = 6 \times 10 = 3 \times 2 \times 5 \times 2$ que l'on peut noter $2^2 \times 3 \times 5$

- Décomposer 2088 en produit de facteurs premiers (exemple livre p 23)

On divise successivement par les nombres premiers en essayant par 2 autant de fois que possible, puis par 3, …

$2088 = 2^3 \times 3^2 \times 29$