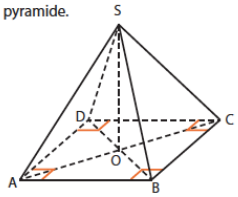
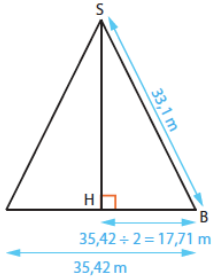
47 **Au Louvre !**

Cet exercice permet d'apprendre à bien se repérer et à visualiser dans l'espace, en particulier repérer dans quel plan travailler. Il permet de réinvestir les formules de calcul de volumes, le théorème de Pythagore, l'effet d'une réduction et la trigonométrie.

On représente d'abord la pyramide.



On représente une face latérale.



Le triangle SHB est rectangle en H.
D'après le théorème de Pythagore : $SB^2 = SH^2 + HB^2$
$33{,}1^2 = SH^2 + 17{,}71^2$
$SH^2 = 33{,}1^2 - 17{,}71^2$
$SH = \sqrt{33{,}1^2 - 17{,}71^2} \approx 27{,}96$ m
La hauteur d'une face latérale est d'environ 27,96 m.
L'aire d'un triangle est donnée par la formule :

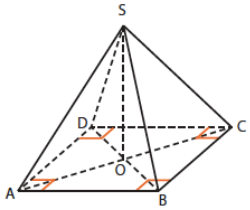
$$\mathcal{V} = \frac{\text{côté} \times \text{hauteur relative}}{2}.$$

La surface vitrée des 4 faces latérales est :

$$S_{\text{surface latérale}} = 4 \times \frac{35{,}42 \times 27{,}96}{2} \approx 1\,981 \text{ m}^2.$$

2.

Coup de pouce : trouver la longueur d'une diagonale de la base carrée, puis la hauteur de la pyramide.

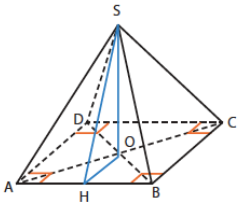


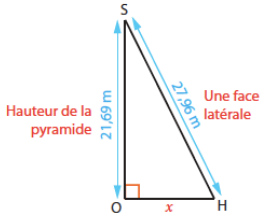
Le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.
D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 35{,}42^2 + 35{,}42^2$
$AC^2 = \sqrt{35{,}42^2 + 35{,}42^2} \approx 50$ m.
La diagonale du carré de la base mesure :

$$\sqrt{35{,}42^2 + 35{,}42^2} \approx 50 \text{ m}.$$

La moitié de la diagonale est donc égale à environ 25 m.
$OB \approx 25$ m.

On travaille à présent dans le triangle SOH rectangle en O.



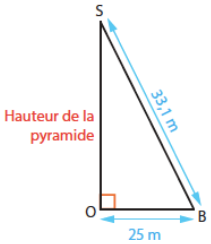


Le triangle SOH est rectangle en O.

$\sin \widehat{H} = \frac{SO}{SH}$

$\sin x = \frac{21{,}69}{27{,}96}$, soit $x \approx 1°$.

L'angle d'inclinaison d'une face latérale par rapport à l'horizontale est d'environ 51°.



Le triangle SOB est rectangle en O.
D'après le théorème de Pythagore : $SB^2 = SO^2 + OB^2$
$33{,}1^2 = SO^2 + 25^2$
$SO^2 = 33{,}1^2 - 25^2$
$SO = \sqrt{33{,}1^2 - 25^2} \approx 21{,}69$ m.
La hauteur de la pyramide mesure environ 21,69 m.

3. La hauteur de la pyramide du Louvre mesurant 21,69 m, celle de la pyramide de Khéops mesure $21{,}69 \times 6{,}7 \approx 145$ m.

4. Par une réduction de rapport $\frac{1}{6{,}7}$, les volumes sont multipliés par $\left(\frac{1}{6{,}7}\right)^3 = \frac{1}{300}$ donc on peut mettre 300 pyramides du Louvre dans la pyramide de Khéops.

5. Le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}.$$

Par une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3.
Donc $\mathcal{V}_{\text{pyramidion}} = \mathcal{V}_{\text{pyramide du Louvre}} \times k^3$.

Donc $97 = \frac{35{,}42 \times 35{,}42 \times 21{,}69}{3} \times k^3$ donc $9\,070 \times k^3 = 97$.

En procédant par essais successifs, on trouve que $k \approx 0{,}22$.
La pyramide du Louvre a pour hauteur 21,69 m donc un pyramidion a pour hauteur $0{,}22 \times 21{,}69 \approx 4{,}8$ m.