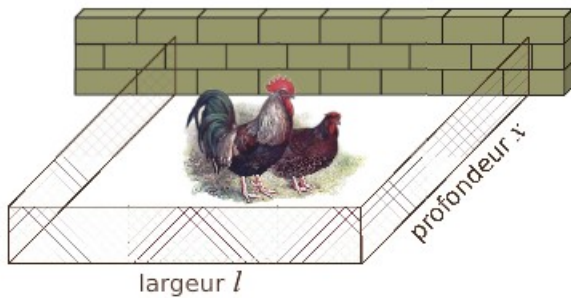


Histoire de poules

Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



On cherche à déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. Soit l la largeur de l'enclos et x sa profondeur, en mètres.

a. Quelle est l'aire de l'enclos si $x = 3$ m ?

$$l = 21 - 2 \times 3 = 21 - 6 = 15$$

$$15 \times 3 = 45 \text{ donc l'aire vaut } 45 \text{ m}^2.$$

b. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

x est positif et au maximum égal à 10,5.

c. On note \mathcal{A} la fonction qui, à x , associe l'aire de l'enclos correspondant. Détermine \mathcal{A} .

$$\mathcal{A} = l \times x = (21 - 2x) \times x = 21x - 2x^2$$

d. Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableau, complète le tableau de valeurs de la fonction \mathcal{A} .

x	0	1	2	3	4	5
$\mathcal{A}(x)$	0	19	34	45	52	55

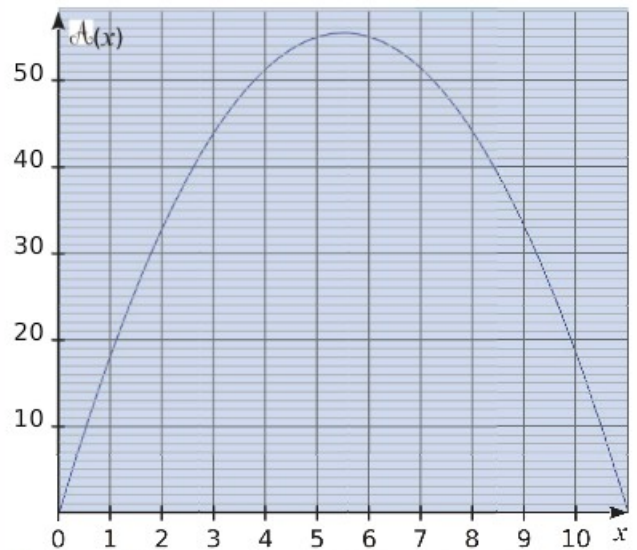
x	6	7	8	9	10	10,5
$\mathcal{A}(x)$	54	49	40	27	10	0

e. À l'aide du tableau, décris l'évolution de $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x et donne un encadrement du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximal.

$\mathcal{A}(x)$ augmente puis diminue.

$\mathcal{A}(x)$ semble maximal quand x est compris entre 4 et 6.

f. Construis la courbe représentative de \mathcal{A} .



g. Complète ce nouveau tableau de valeurs puis donne un encadrement au dixième du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximal.

x	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4
$\mathcal{A}(x)$	54,72	54,88	55	55,08	55,12	55,12	55,08

L'aire semble maximale pour x compris entre 5,2 et 5,3.

h. Calcule $\mathcal{A}(5,25) - \mathcal{A}(x)$ puis montre que cette expression est égale à $2(x - 5,25)^2$.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(5,25) - \mathcal{A}(x) &= 55,125 - (21x - 2x^2) \\ &= 2x^2 - 21x + 55,125 \\ &= 2(x^2 - 10,5x + 27,5625) \\ &= 2(x - 5,25)^2 \end{aligned}$$

i. Détermine le signe de cette expression et déduis-en la valeur du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ est maximal.

Cette expression est toujours positive

donc $\mathcal{A}(5,25)$ est toujours supérieur à $\mathcal{A}(x)$ pour tout x .

$\mathcal{A}(x)$ est donc maximal pour $x = 5,25$.

j. Déduis-en les dimensions de l'enclos d'aire maximale.

$$x = 5,25$$

$$l = 21 - 2 \times 5,25 = 21 - 10,5 = 10,5$$